

Chương 5

LỰA CHỌN PHƯƠNG ÁN ĐẦU TƯ

--- oOo ---

5.1 KHÁI QUÁT VỀ SỰ TƯƠNG ĐƯƠNG**5.1.1 Khái niệm**

Trong phân tích kinh tế, sự tương đương (Equivalence) là một khái niệm qui đổi giá trị tương đương tại một thời điểm nào đó khi so sánh các phương thức chi trả hay đầu tư khác nhau.

Ví dụ 5.1: Gởi 1.000 \$ vào ngân hàng với lãi suất 10%/năm tương tự như cho 1 người nào đó mượn số tiền trên với yêu cầu trả 1.100 \$ vào 1 năm sau đó. Nghĩa là, 1.000 \$ năm nay tương đương với 1.100 \$ năm sau.

Công thức $F = P(1 + i)^n$ hay $(F/P, i\%, n)$ là biểu hiện của sự tương đương.

5.1.2 Ví dụ về sự tương đương và sự chọn lựa

Ví dụ 5.2: Công ty Xây dựng Thủy lợi (Cty) đồng ý xây 1 trạm bơm cho 1 Hợp tác xã Nông nghiệp (HTX) huyện XYZ giá 10.000 \$ nếu HTX có tiền trả dứt điểm ngay sau khi bàn giao công trình. Nếu không có tiền ngay khi nhận công trình, HTX có thể trả với phương thức trả góp trong 4 năm. Lãi suất Cty thỏa thuận là 10%/năm. Phương thức chi trả như sau:

Cách 1: Trả đều theo từng năm cho đến khi dứt nợ.

Cách 2: Trả lãi cho từng năm một và năm cuối trả dứt vốn lẫn lãi.

Cách 3: Trả 1 lần vào 4 năm sau.

Vậy cách trả nào có lợi nhất cho Hợp tác xã ? Cho Công ty ?

Giải: Lập bảng tính toán:

Cách trả tiền	Tiền trả (\$)		
	Cách 1	Cách 2	Cách 3
Cuối năm thứ	$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ $A = 10.000(A/P, 10\%, 4)$	Năm 1,2, 3: $A' = 10\% \times 10.000 \$$ Năm 4: 10.000 \$ + A'	Năm 4: $F = P(1+i)^n$ $F = 10.000(F/P, 10\%, 4)$
1	3.155	1.000	0
2	3.155	1.000	0
3	3.155	1.000	0
4	3.155	11.000	14.641
Cộng *	12.620	14.000	14.641

(*) : Phần cộng ở đây chỉ tổng số tiền mà Cty đã nhận từ HTX dần trong 4 năm để so sánh với trả 1 lần đầu duy nhất là 10.000 \$

Theo bảng trên, cấu trúc chi trả hoàn toàn khác nhau. Tuy nhiên, nếu lãi suất "tương đương" là 10 %/năm thì 3 cách trên đều giá trị như nhau. Mỗi cách đều cho giá trị của Trạm bơm là 10.000 \$ sau 4 năm với lãi suất 10%/năm.

Trên quan điểm Cty, cũng vậy, với 10% lãi thì tiền Trạm bơm được chi trả ở 4 năm sau đó có giá trị hồi phục nếu không được nhận 1 lần sau khi bàn giao.

Ví dụ 5.3: Vẫn là bài toán trên, nhưng ở đây HTX có 2 trường hợp:

Trường hợp 1: HTX có 10.000 \$ và lãi suất tiết kiệm ở ngân hàng là 12 %/năm.

Trường hợp 2: HTX không có tiền nhưng có thể huy động vốn của xã viên với lãi suất trả nợ là 8%/năm.

So sánh với mức lãi suất 10 %/năm của Cty với giá Trạm bơm là 10.000 \$.

Giải: Lập bảng tính toán:

Trường hợp	Giá trị hiện tại (\$)		
	Cách 1	Cách 2	Cách 3
Không tiền - Huy động vốn (lãi 8%)	(^{*1}) 10.450	(^{**1}) 10.662	(^{***1}) 10.760
Có tiền - Trả hẳn (lãi 0%)	10.000	10.000	10.000
Có tiền - Gởi tiết kiệm (lãi 12%)	(^{*2}) 9.583	(^{**2}) 9.392	(^{***2}) 9.304

Ghi chú:

$$(^{*1}) P = 3.155 (A/P, 8\%, 4)^{-1} = 3.155 (0,30192)^{-1} = 10.450 \$$$

$$(^{*2}) P = 3.155 (A/P, 12\%, 4)^{-1} = 3.155 (0,3292)^{-1} = 9.583 \$$$

$$(^{**1}) P = 1.000 (P/A, 8\%, 4) + 10.000 (P/F, 8\%, 4) \\ = 1.000(3,312) + 10.000(0,7350) = 10.662 \$$$

$$(^{**2}) P = 1.000 (P/A, 12\%, 4) + 10.000 (P/F, 12\%, 4) \\ = 1.000(3,0374) + 10.000(0,6355) = 9.392 \$$$

$$(^{***1}) P = 14.641 (F/P, 8\%, 4)^{-1} = 14.641(1,3605)^{-1} = 10.760 \$$$

$$(^{***2}) P = 14.641 (F/P, 12\%, 4)^{-1} = 14.641(1,5735)^{-1} = 9.304 \$$$

Chú ý rằng với mức lãi suất khác 10 %/năm thì những phương cách chi trả sẽ không tương đương cho HTX, điều này sẽ dẫn đến các quyết định khác nhau:

⇒ Nếu HTX có 10.000 \$ trong tay và gởi ngân hàng với lãi suất 12%/năm thì nên chọn cách 3 để trả 14.641 \$ cho 4 năm sau.

Số tiền này tương đương với 9.304 \$ với mức lãi tiết kiệm 12%, như vậy HTX sẽ có thêm tiền lợi nhuận thực là 10.000 \$ - 9.304 \$ = 696 \$

⇒ Trường hợp HTX không có tiền phải huy động vốn với mức lãi 8% thì cách chọn lựa tốt nhất cho HTX là cách 1 là giá thấp nhất ở mức lãi mà HTX dùng để đánh giá chuỗi kinh tế.

5.1.3 Phương pháp chuỗi tương đồng hằng năm

Phương pháp chuỗi tương đồng hằng năm (*Equivalent Uniform Annual Series (EUAS) method*): qui đổi tất cả giá trị tương đương của một dãy hoạt động tài chính thành một chuỗi trả đều hằng năm.

$$EUAS = PV (A/P, i\%, n) \tag{5-1}$$

trong đó:

PV - giá trị hiện tại (Present Value),

$$PV = \sum_{t=0}^n CF_t (P/F, i\%, t)$$

$$PV = CF_0 + CF_1(P/F, i\%, 1) + CF_2(P/F, i\%, 2) + \dots + CF_n(P/F, i\%, n)$$

CF_t là số tiền bỏ ra (khi $CF_t < 0$) hoặc thu vào ($CF_t > 0$) của năm thứ t.

$$(A/P, i\%, n) = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad (\text{có bảng tra, xem phụ lục chương 4})$$

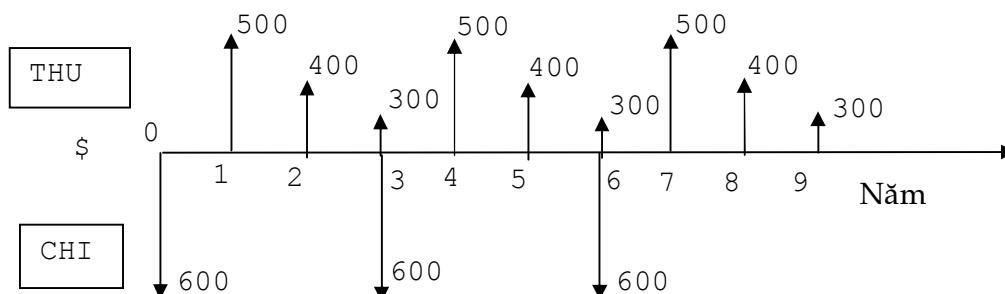
$$(P/F, i\%, t) = \frac{1}{(1+i)^t} \quad (\text{có bảng tra, xem phụ lục chương 4})$$

$$EUAS = \left[\sum_{t=0}^n CF_t (P/F, i\%, t) \right] \times (A/P, i\%, n) \tag{5-2}$$

EUAS được dùng rộng rãi trong việc phân tích quyết định dự án.

Ví dụ 5.4: Một trạm bơm cấp nước cứ 3 năm phải thay máy 1 lần tốn 600 \$, doanh thu từ việc cấp nước trong 3 năm hoạt động thay đổi theo tuổi thọ của máy bơm, năm thứ 1 được 500 \$, năm 2 được 400 \$ và năm 3 được 300 \$. Tính giá trị tương đương hằng năm EUAS của trạm bơm cho chu kỳ 3 năm, biết lãi suất vay vốn là $i = 9\%$.

Giải: Biểu đồ dòng tiền tệ của trạm bơm:



$$EUAS = [- 600 + 500(P/F,9\%,1) + 400(P/F,9\%,2) + 300(P/F, 9\%,3)] \times (A/P,9\%,3)$$

$$= [- 600 + 500(0,9174) + 400(0,8417) + 300(0,7722)] \times (0,3951)$$

EUAS = 168,72 \$ mỗi năm cho 3 năm

5.2 TÍNH TỈ SUẤT CHIẾT KHẤU

5.2.1 Định nghĩa tỉ suất chiết khấu

Tỉ suất chiết khấu (*discounting rate* $r\%$) tài chính của dự án, tính bằng %, là chi phí sử dụng vốn (hay còn gọi là chi phí cơ hội), nó phụ thuộc vào cơ cấu sử dụng vốn đầu tư của dự án.

- ◆ Tỉ suất chiết khấu trong dự án biểu thị tỉ lệ sinh lời mong muốn từ nhà đầu tư (chi phí cơ hội)
- ◆ Tỉ suất chiết khấu trong dự án, mặt khác, biểu thị mức lãi vay có khả năng thanh toán theo nguồn vốn.

5.2.2 Các xác định tỉ suất chiết khấu

- ◆ Phương pháp lãi suất vay vốn

$$r \% \geq i_{lt} \% \quad (5-3)$$

với $i_{lt} \%$ là lãi suất vay vốn dài hạn (*long-term*) trên thị trường vốn (ngân hàng, cổ phiếu, huy động, ...).

- ◆ Phương pháp cơ cấu vốn

$$r = \frac{(V_{lt} \times i_{lt}) + (V_{mt} \times i_{mt}) + (V_{st} \times i_{st}) + (E \times i_e)}{V_{lt} + V_{mt} + V_{st} + E} \% \quad (5-4)$$

trong đó:

V_{lt} , V_{mt} , V_{st} , E - lần lượt là vốn vay dài hạn, trung hạn, ngắn hạn và vốn huy động để đầu tư, tính theo giá trị tiền

i_{lt} , i_{mt} , i_{st} , i_e - lần lượt là lãi (%) vay dài hạn, trung hạn, ngắn hạn và huy động

Ví dụ 5.5: Một nhà đầu tư vay vốn từ 2 nguồn:

+ Vay dài hạn 10.000 USD với lãi suất 10% /năm

+ Vốn huy động riêng: 5.000 USD với chi lãi là 13%/năm

Thay vào công thức (5-2)

$$r = \frac{(10.000 \times 0,1) + (5.000 \times 0,13)}{10.000 + 5.000} = 0,11 \text{ hay } 11\%$$

- ◆ Phương pháp tỉ lệ nguồn vốn

$$r = (r_{lt} \times i_{lt}) + (r_{mt} \times i_{mt}) + (r_{st} \times i_{st}) + (r_e \times i_e) \quad (5-5)$$

trong đó:

i_{lt} , i_{mt} , i_{st} , i_e - lần lượt là lãi (%) vay dài hạn, trung hạn, ngắn hạn và huy động

r_{lv} , r_{mt} , r_{st} , r_e - lần lượt là tỉ lệ vốn vay dài hạn, trung hạn, ngắn hạn và huy động ứng với tổng số vốn đầu tư, %

Ví dụ 5.6:

Bảng tính tỉ suất chiết khấu cho các nguồn vốn theo tỉ lệ gom vốn cho dự án XYZ.

TT	Nguồn vốn	Giá trị vốn (USD)	Tỉ lệ góp vốn %	Chi phí cơ hội (theo nguồn vốn)	Chi phí cơ hội bình quân (theo tổng số vốn đầu tư)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (4) x (5)
1	Vốn riêng	5.000	25	12	0,25 x 0,12 = 0,030
2	Vay dài hạn	10.000	50	8	0,50 x 0,08 = 0,040
3	Vay trung hạn	3.000	15	10	0,15 x 0,10 = 0,015
4	Vay ngắn hạn	2.000	10	14	0,10 x 0,14 = 0,014
	Tổng cộng =	20.000	100		r = 0,099

Lấy tròn số (theo chiều hướng lớn lên) $r = 10\%$

5.2.3 Các phương pháp phân tích tài chính liên quan đến tỉ suất chiết khấu

Trong việc phân tích các đầu tư mang tính công cộng, cũng như các phân tích kinh tế khác, thường đòi hỏi sự so sánh giữa thời gian và giá trị đồng tiền như đã nói ở phần trên. Hiện nay, có 4 kỹ thuật phổ biến để so sánh giá trị qui đổi trên cơ sở qui đồng theo đơn vị thời gian, đó là:

- **Phương pháp giá trị hiện tại thực (Net Present Value (NPV) method):** xác định hiệu số giữa hiện giá lợi ích và chi phí trong toàn bộ thời gian thực hiện dự án.

$$NPV = - |CF_0| + \sum_{t=1}^n CF_t \frac{1}{(1+i)^t} \quad (5-6)$$

$$\frac{1}{(1+i)^t} = (P/F, i\%, t)$$

+ CF_0 là vốn bỏ ra ban đầu, biểu thị giá trị âm. (CF = Cash Flow)

+ CF_t là giá trị hiện tại của thời điểm (năm) thứ t

$CF_t > 0$ khi có tiền thu vào

$CF_t < 0$ khi phải bỏ tiền thu ra

Trường hợp đặc biệt: $CF_t = A$ (tiền có được hằng năm)

$$\text{thì : } NPV = - |CF_0| + A(P/A, i\%, n) \quad (5-7)$$

☛ Khi $NPV > 0$: hiệu quả tài chính của dự án càng tốt khi NPV càng lớn.

☛ Khi $NPV \leq 0$: dự án không hiệu quả về mặt tài chính, cần sửa đổi.

Ví dụ 5.7: Nông dân Hai dự kiến đầu tư một công nuôi tôm với vốn ban đầu phải bỏ ra xây dựng là $CF_0 = -50$ Triệu đồng (Tr.Đ), ông dự kiến với công này mỗi năm sẽ đem lợi về cho ông là $A = 15$ Tr.Đ trong suốt $n = 5$ năm. Đánh giá khả năng hiệu quả thực tế nếu ông Hai phải đi vay tiền với lãi suất năm là 10%, 15% và 20%.

Giải:

Với $i = 10\%$ $NPV = -50 + 15(P/A, 10\%, 5) = -50 + 15.(0,26380)^{-1} = +6,81626$ Tr.Đ.

Với $i = 15\%$ $NPV = -50 + 15(P/A, 15\%, 5) = -50 + 15.(0,29832)^{-1} = +0,28158$ Tr.Đ.

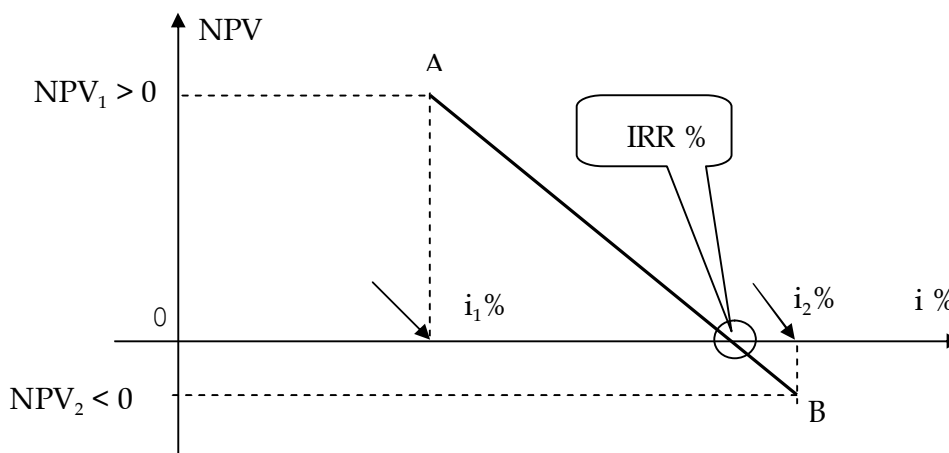
Với $i = 20\%$ $NPV = -50 + 15(P/A, 20\%, 5) = -50 + 15.(0,33438)^{-1} = -0,51408$ Tr.Đ.

Như vậy, với mức lãi 10% thì sự đầu tư rất hiệu quả, mức 15% thì hiệu quả ít và với mức 20% thì bị lỗ.

- **Phương pháp tỉ suất hoàn vốn nội (Internal Rate-of-Return (IRR) method):** xác định tỉ suất chiết khấu $i\% = IRR\%$ nào mà ở đó giá trị $NPV = 0$.

$$NPV = \sum_{t=1}^n (B_t - C_t) \frac{1}{(1 + IRR)^t} = 0 \quad (5-8)$$

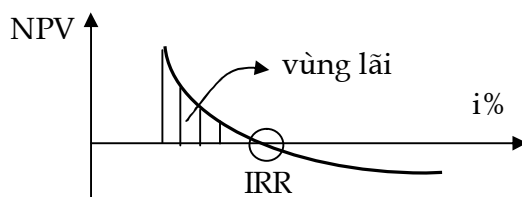
IRR% được xác định bằng cách thử dần hoặc bằng đồ thị.



Các bước vẽ đồ thị xác định IRR:

- ◆ Bước 1: Vẽ trục hoành biểu thị tỉ suất chiết khấu $i\%$, trục tung biểu thị giá thu nhập thuần NPV
- ◆ Bước 2: Xác định điểm A ứng với $i_1\%$ (với i_1 là giá trị làm $NPV_1 > 0$)
- ◆ Bước 3: Xác định điểm B ứng với $i_2\%$ (với i_2 là giá định sao cho $NPV_2 < 0$)
- ◆ Bước 4: Nối A - B, điểm cắt đoạn A-B với trục hoành chính là IRR % cần tìm.
 - Nếu $IRR > [IRR]$ thì dự án có triển vọng tài chính.
 - [IRR] là mức tỷ suất hồi vốn cho phép được qui định của Nhà nước.
 - Nếu $IRR \leq [IRR]$ thì dự án khó được chấp nhận

Ghi chú : Thật sự đường NPV ~ i% là đường cong dạng parabol, nhưng trong 1 đoạn ngắn ta có thể xem nó như 1 đường thẳng tuyến tính.

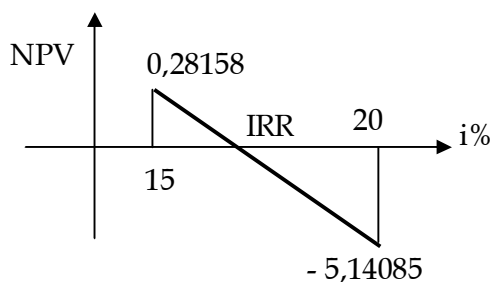


Trong các dự án lớn, giá trị IRR được xác định bằng phương pháp thử dần (*trial and error*) bằng cách cho các giá trị i% khác nhau để tính NPV. Kết quả được vẽ trên đồ thị đến khi tạo được 1 quá trình chuyển tiếp trị NPV từ dương (NPV > 0) sang âm (NPV < 0). Lúc đó lấy 2 giá trị gần để nội suy tuyến tính.

Ví dụ 5.8: Lấy ví dụ 5.7 để tính IRR.

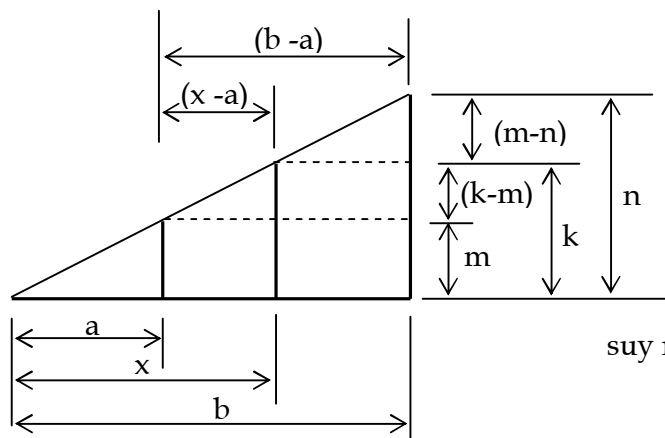
Giải:

i%	NPV
15 %	0,28158
IRR	0
20%	- 5,14085



$$IRR \approx 15\% + \frac{0 - 0,28158}{-5,14085 - 0,28158} (20\% - 15\%) \approx 15,26 \%$$

Hình vẽ trên là 1 trường hợp đặc biệt của công thức tính nội suy tuyến tính:



Ta có:

a → m

x → k

b → n

$$\frac{x - a}{b - a} = \frac{k - m}{n - m}$$

suy ra:

$$x = a + \frac{k - m}{n - m} (b - a) \quad (5-9)$$

• **Thời gian hoàn vốn (Payback Period, PBP)**

Thời gian hoàn vốn, PBP, là khoảng thời gian cần thiết để có lại số tiền đầu tư ban đầu mà không kể đến giá trị thời gian của đồng tiền.

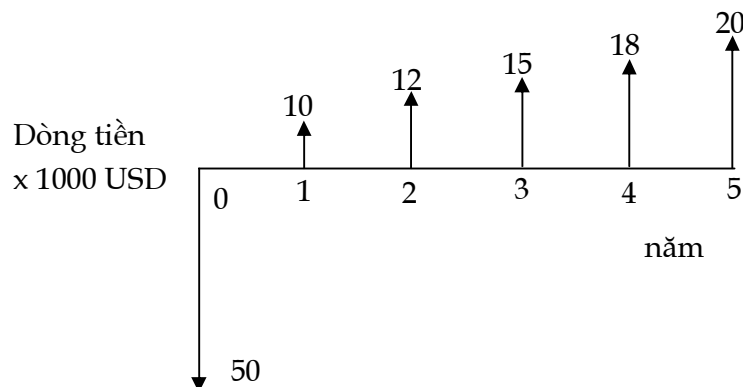
Nếu $|CF_0|$ là số tiền bỏ ra đầu tư ban đầu và CF_t là doanh thu thực tế của năm thứ t ($t = 1, 2, \dots, n$) thì thời gian hoàn vốn được biểu thị trong công thức:

$$|CF_0| = \sum_{t=1}^{PBP} CF_t \tag{5-10}$$

Nếu t là năm trong biểu đồ dòng tiền tệ thì: $PBP = \frac{|CF_0|}{YCF}$ (5-11)

với YCF (Yearly Cash Flow) là số năm tính toán.

Ví dụ 5.9: Một dự án hệ thống thủy nông được đầu tư xây dựng với vốn ban đầu là 50.000 USD, do việc hoàn chỉnh dần phương cách quản lý nước nên năng suất lúa tăng dần theo từng năm, tiền thu được theo biểu đồ dòng tiền như sau:



Yêu cầu tính thời gian hoàn vốn PBP.

Giải: Tổng số thu trong 3 năm đầu là:

$$(10 + 12 + 15) \times 1000 \text{ USD} = 37.000 \text{ USD} < 50.000 \text{ USD}$$

Tổng số thu trong 4 năm đầu là:

$$(10 + 12 + 15 + 18) \times 1000 \text{ USD} = 55.000 \text{ USD} > 50.000 \text{ USD}$$

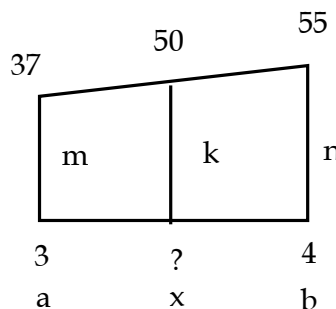
Như vậy thời gian hoàn vốn sẽ nằm ở giữa năm thứ 3 và thứ 4.

Dùng phương pháp nội suy tuyến tính:

$$x \approx a + \frac{k - m}{n - m} (b - a)$$

$$PBP \approx 3 + \frac{50.000 - 37.000}{55.000 - 37.000} (4 - 3)$$

$$PBP \approx 3,72 \text{ năm}$$



Chú ý:

Do không kể đến giá trị thời gian của dòng tiền nên phương pháp tính thời gian hoàn vốn PBP chỉ có giá trị như một phân tích thứ cấp trong khi giá trị hiện tại thực NPV và tỷ suất hoàn vốn nội IRR thường được dùng như các phép phân tích chính.

Ví dụ 5.10: Ông Bình xây dựng một hệ thống tưới cho 1 nông trại với số vốn vay đầu tư là 75.000 USD, ông có 3 phương án lựa chọn: phương án A - trồng lúa, phương án B - trồng đậu và phương án C - trồng cây công nghiệp, mức thu dự kiến như sau:

Cuối năm thứ	Giá trị dòng tiền tệ (USD)		
	Phương án A	Phương án B	Phương án C
0	- 75.000	- 75.000	- 75.000
1	25.000	20.000	0
2	25.000	25.000	0
3	25.000	30.000	0
4	25.000	35.000	130.000

Xác định giá trị hiện tại thực NPV và thời gian hoàn vốn PBP. Đưa ra lời khuyên cáo việc chọn lựa phương án giúp ông Bình. Cho biết lãi suất đồng tiền theo năm là 10%. Số tiền vay phải trả dứt điểm vào cuối năm thứ 4.

Giải:

$$\begin{aligned}
 NPV_{(A)} &= -75.000 + 25.000(P/F, 10\%, 3) + 25.000(P/F, 10\%, 2) + 25.000(P/F, 10\%, 1) \\
 &\quad + 25.000(P/F, 10\%, 0) \\
 &= -75.000 + 25.000(1,100)^{-1} + 25.000(1,210)^{-1} + 25.000(1,331)^{-1} + 25.000(1,462)^{-1} \\
 &= 4.242 \text{ USD}
 \end{aligned}$$

Tương tự: $NPV_{(B)} = 10.289 \text{ USD}$ và $NPV_{(C)} = 13.792 \text{ USD}$

Dùng các phương pháp nội suy để tính PBP, kết quả chung cho ở bảng sau:

Phương án	NPV (USD)	PBP (năm)
A	4.248	3
B	10.289	3
C	13.792	3,58 *

* Ở phương án C (trồng cây công nghiệp), giả thiết rằng số tiền 130.000 USD được trả đều suốt từ đầu năm thứ 4 đến cuối năm thứ 4: $PBP = 3 + \frac{75.000}{130.000} \approx 3,58 \text{ năm}$

- Ta thấy, phương án A và B đều có cùng thời gian hoàn vốn PBP là 3 năm, nhưng phương án B có giá trị hiện tại thực NPV cao hơn A:

$$NPV_{(B)} = 10.289 \text{ USD} > NPV_{(A)} = 4.248 \text{ USD}.$$
 Như vậy, phương án B có ưu thế hơn.
- So sánh tiếp giữa 2 phương án B và phương án C, ta thấy

$$NPV_{(C)} = 13.792 \text{ USD} > NPV_{(B)} = 10.289 \text{ USD}$$
 nhưng thời gian hoàn vốn của C lâu hơn B

$$PBP_{(C)} = 3,58 \text{ năm} > PBP_{(B)} = 3 \text{ năm}$$
- Việc quyết định chọn giữa B và C cần được xem xét trên cơ sở người quyết định có khó khăn về tiền bạc và sự chịu đựng chờ đợi đến cuối kỳ.

- **Phương pháp tỉ số thu - chi (Benefit-Cost Ratio (B/C) method):** xác định tỉ số giữa hiện giá lợi ích và hiện giá chi phí trong toàn bộ kỳ tính.

$$(B/C) = \frac{\sum_{t=1}^n [(B_t - D_t) \times \frac{1}{(1+i)^t}]}{\sum_{t=1}^n C_t \times \frac{1}{(1+i)^t}} = \frac{B - D}{C} \quad (5-12)$$

Ở đây: B - tổng doanh thu do dự án đem lại, B_t là doanh thu ở thời điểm t
 D - tổng thất thu do dự án gây ra, D_t là thất thu ở thời điểm t
 C - tổng vốn đầu tư cho dự án, C_t là vốn bỏ ra ở thời điểm t

Giá trị thực lãi (Net Benefit Value, NBV) do dự án đem lại là:

$$NBV = B - D - C \quad (5-13)$$

- Nếu $(B/C) > 1$ hoặc $NBV > 0$: dự án có triển vọng về tài chính
- Nếu $(B/C) = 1$ hoặc $NBV = 0$: hoà vốn, thu nhập vừa đủ chi phí
- Nếu $(B/C) < 1$ hoặc $NBV < 0$: dự án bị thua lỗ

Lưu ý:

Cần thận trọng khi đánh giá tỷ số thu chi B/C do giá trị doanh thu B và thất thu D chỉ dựa trên sự ước đoán. Tùy quan điểm phân loại, cách gọi tên mà các chi phí như quản lý, vận hành, sửa chữa, ... đôi khi nằm trong D hoặc C. Ngoài ra, cần xét đến một số lợi ích hay thiệt hại do dự án đem đến mà khó xác định bằng tiền được (môi trường sinh thái, an ninh quốc phòng, văn hóa xã hội, ...)

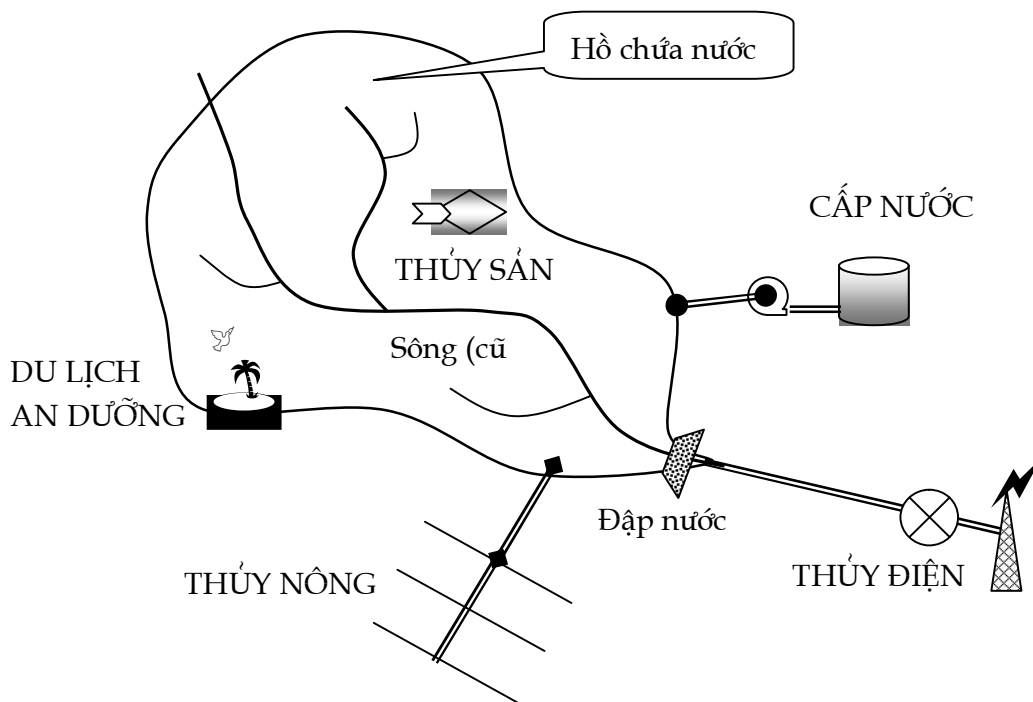
- Do sự bất tiện này mà một số người thích dùng NBV hơn là B/C.

Ví dụ 5.11: Một dự án xây dựng hồ chứa nước với nhiều mục tiêu phục vụ cho một loạt công trình thủy lợi ở hạ lưu (xem hình minh họa dưới). Giá tiền xây dựng công trình tổng cộng hết 280 Tỷ đồng. Tiền quản lý, vận hành và sửa chữa công trình tốn 1,5 Tỷ đồng mỗi năm. Cho biết tiền vay mượn hay ký gởi trong Ngân hàng Đầu tư và Phát triển đều được tính với lãi suất là 7%/năm.

Các kỹ sư tính rằng:

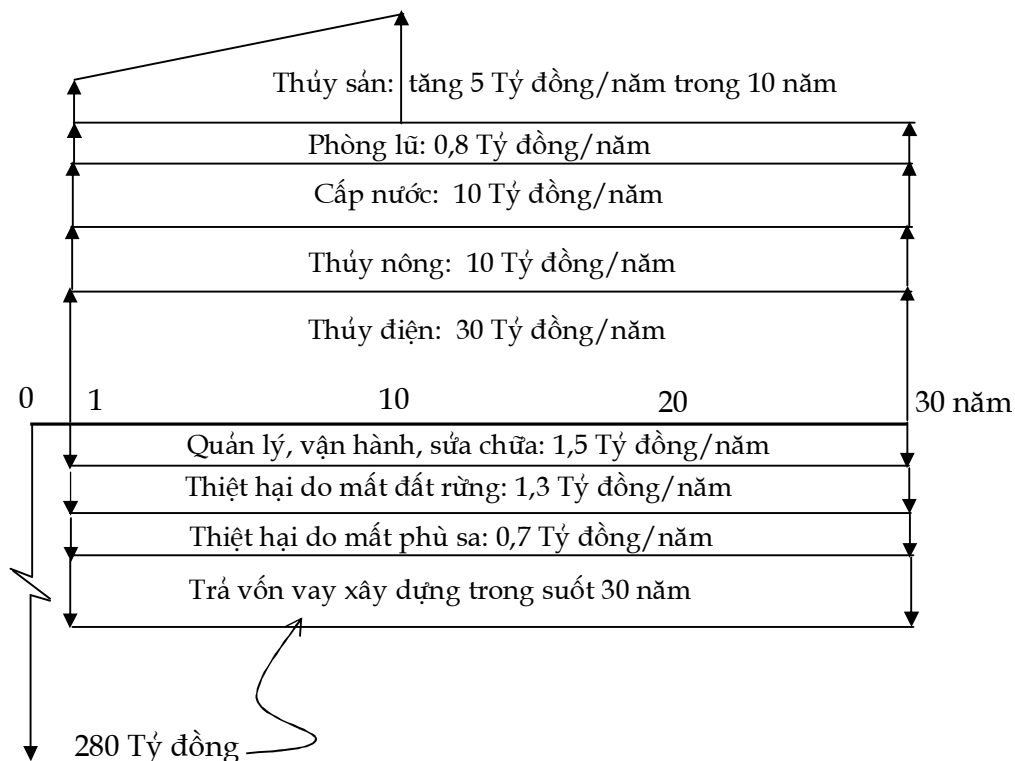
- + Giá trị tiền thu được do phát điện là 30 Tỷ đồng/năm
- + Giá trị tiền do các công trình thủy nông đem lại là 10 Tỷ đồng/năm
- + Giá trị tiền nước do công trình cấp thủy là 10 Tỷ đồng/năm
- + Giá trị tiền thu do khai thác thủy sản tăng trung bình là 5 Tỷ đồng/năm và việc khai thác hiệu quả trong vòng 10 năm sau kể từ năm thứ 2 khánh thành và đưa vào sử dụng công trình.
- + Do công trình hạn chế được lũ lụt nên tiết kiệm được 0,8 Tỷ đồng/năm tiền phòng lũ.
- Việc xây dựng hồ chứa làm mất đất lâm nghiệp gây thất thu 1,3 Tỷ đồng/năm.
- Nông dân ở hạ lưu phải chi thêm 0,7 Tỷ đồng/năm tiền phân bón do lượng phù sa bị giữ lại ở lòng hồ, không đem vào ruộng được.
- + Việc xây dựng hồ chứa làm cải thiện điều kiện vi khí hậu, làm khu vực hồ chứa mát mẻ hơn, có thể xây dựng làm nơi du lịch, điều dưỡng, thể thao nước, ...
- Tuy nhiên, cũng ghi nhận sẽ có mất mát đi và thu hẹp một số loài thực và động vật hoang dã quý hiếm, ...

Công trình được dự báo có tuổi thọ 30 năm. Vậy, có nên xây dựng nó hay không ?



Giải:

Biểu đồ dòng tiền của dự án



Doanh thu từ công trình mỗi năm, suốt 30 năm:

$$B = (\text{Thủy điện}) + (\text{Thủy nông}) + (\text{Cấp nước}) + (\text{Phòng lũ}) + (\text{Thủy sản})$$

$$B = 30 + 10 + 10 + 0,8 + 5(A/G, 7\%, 10) \cdot (P/A, 7\%, 10) \cdot (A/P, 7\%, 30)$$

Hệ số chuỗi Gradien trong 10 năm	Giá trị hiện tại thực của số tiền này	Hệ số EUAS qui số tiền này trong 30 năm
--	---	---

$$B = 50,8 + 5 \cdot \left(\frac{1}{0,07} - \frac{10}{(1+0,07)^{10} - 1} \right) \left(\frac{1 - (1+0,07)^{-10}}{0,07} \right) \left(\frac{0,07 \cdot (1+0,07)^{30}}{(1+0,07)^{30} - 1} \right)$$

$$B = 50,8 + 5(3,1272)(0,14403)^{-1}(0,08263) = 60,06 \text{ Tỷ đồng}$$

Thất thu từ công trình mỗi năm, suốt 30 năm:

$$D = 1,3 + 0,7 = 2 \text{ Tỷ đồng}$$

Vốn xây dựng và chi phí quản lý, vận hành, sửa chữa trả mỗi năm, suốt 30 năm:

$$C = 280 (A/P, 7\%, 30) + 1,5 = 280 \cdot \left(\frac{0,07 \cdot (1+0,07)^{30}}{(1+0,07)^{30} - 1} \right) + 1,5 = 24,1 \text{ Tỷ đồng}$$

$$\text{Tỷ số Thu - Chi : } B/C = \frac{B - D}{C} = \frac{60,06 - 2}{24,1} = 2,49$$

$$\text{Thực lãi là: } NBV = B - D - C = 60,06 - 2 - 24,1 = 35,92 \text{ Tỷ đồng}$$

Ta thấy $B/C > 1$ và $NBV > 0$. Như vậy về mặt tài chính, công trình được khuyến khích xây dựng. Bên cạnh việc phân tích kinh tế, khi quyết định tiến hành dự án cần có thêm các phân tích, đánh giá tác động môi trường và tác động xã hội.

5.3 CHỌN LỰA PHƯƠNG ÁN TỐI ƯU CHO CÁC DỰ ÁN ĐA MỤC TIÊU

Các dự án phát triển nông thôn thường phục vụ cho nhiều mục tiêu khác nhau, kết quả đều nhằm vào lợi ích cao nhất có thể đạt được cho đối tượng cần đầu tư. Các mục đích đôi khi bị ràng buộc lẫn nhau, đòi hỏi người điều hành chung phải có một quyết định tối ưu gọi là thuật quyết định đa chuẩn (*Multi-Criteria Decision Making - MCDM*).

Một dự án đa mục tiêu lý tưởng thỏa mãn các yêu cầu sau (theo USA):

1. **Đảm bảo yêu cầu cao nhất về mặt kỹ thuật** (max. reliability) và giảm thiểu thấp nhất các tai nạn do công trình gây ra (min. of accidents).
 \Rightarrow Tối ưu về mặt kỹ thuật.
2. **Đạt hiệu quả kinh tế cao nhất** (max. B/C hoặc max. NPV).
 \Rightarrow Tối ưu về mặt kinh tế.
3. **Tạo nên sự phát triển chung cho cả khu vực** (Dự án có thể tốt ở phương diện này hay khu vực này nhưng có thể gây hại ở phương diện hay khu vực khác).
 \Rightarrow Tối ưu về sự bền vững
4. **Giảm thiểu tối đa sự thay đổi bất lợi về tài nguyên môi trường thiên nhiên** (min. of natural changes).
 \Rightarrow Tối ưu về mặt môi trường
5. **Tạo nên sự nhất trí cao trong xã hội:**
 - Phân phối thu nhập: dự án không chỉ đem lại thu nhập cho người đầu tư mà tăng thu nhập cho người nghèo như tạo công ăn việc làm và phúc lợi xã hội qua đóng thuế thu nhập, kinh doanh, tạo sản phẩm, ...
 - Giảm thiểu sự đụng chạm về cuộc sống cư dân: chuyển dân làng đi nơi khác, gây ô nhiễm, ... \Rightarrow Tối ưu về mặt xã hội

Giới thiệu một số phương pháp chính cho việc lựa chọn phương án tối ưu:

1. Phương pháp Thu dụng (Collective Utility Method)
2. Phương pháp Hiệu ích Đồng vốn (Cost Effectiveness Method)
3. Phương pháp Qui hoạch Hòa hiệp (Compromise Programming Method)

5.3.1 Phương pháp Thu dụng (Collective Utility Method)

Phương pháp này phân tích theo kiểu ma trận, gồm cách bước tính toán như sau:

Bước 1: Liệt kê phương án đề xuất tương ứng với mục tiêu cho từng kết quả Z_{ij} như bảng sau:

		Phương án (Alternatives)						Giá trọng Weight %
		A ₁	A ₂	...	A _j	...	A _m	
Mục tiêu (Objectives)	O ₁	Z ₁₁	Z ₁₂	...	Z _{1j}	...	Z _{1m}	
	O ₂	Z ₂₁	Z ₂₂	...	Z _{2j}	...	Z _{2m}	
	
	O _i	Z _{i1}	Z _{i2}	...	Z _{ij}	...	Z _{im}	
	
	O _n	Z _{n1}	Z _{n2}	...	Z _{nj}	...	Z _{nm}	

Bước 2: Chuyển Z_{ij} ở từng hàng thành chỉ số không thứ nguyên b_{ij} :

$$b_{ij} = \frac{Z_{ij} - \min_i Z_{ij}}{\max_i Z_{ij} - \min_i Z_{ij}} \quad (\min b_{ij} = 0; \max b_{ij} = 1) \quad (4-14)$$

		Phương án (Alternatives)						Giá trọng Weight %
		A ₁	A ₂	...	A _j	...	A _m	
Mục tiêu (Objectives)	O ₁	b ₁₁	b ₁₂	...	b _{1j}	...	b _{1m}	
	O ₂	b ₂₁	b ₂₂	...	b _{2j}	...	b _{2m}	
	
	O _i	b _{i1}	b _{i2}	...	b _{ij}	...	b _{im}	
	
	O _n	b _{n1}	b _{n2}	...	b _{nj}	...	b _{nm}	

Bước 3: Định tỉ lệ giá trọng α_j ($0 \leq \alpha_j \leq 1$) theo mức quan trọng của mục tiêu, điều kiện:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad (4-15)$$

hoặc định theo nhóm, ví dụ $\alpha_1 = \{Z_{i1}, \dots, Z_{i4}\}; \alpha_2 = \{Z_{i5}, \dots, Z_{i7}\}; \dots$

		Phương án (Alternatives)						Gia trọng
		A ₁	A ₂	...	A _j	...	A _m	Weight %
Mục tiêu (Objectives)	O ₁	b ₁₁	b ₁₂	...	b _{1j}	...	b _{1m}	α ₁
	O ₂	b ₂₁	b ₂₂	...	b _{2j}	...	b _{2m}	α ₂

	O _i	b _{i1}	b _{i2}	...	b _{ij}	...	b _{jm}	α _i

	O _n	b _{n1}	b _{n2}	...	b _{nj}	...	b _{nj}	α _n
							Σα _j = 1	

Bước 4: Tính giá trị thu dụng theo cột phương án A_i:

$$CU_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot b_{ij} \tag{4-16}$$

		Phương án (Alternatives)						Gia trọng
		A ₁	A ₂	...	A _j	...	A _m	Weight %
Mục tiêu (Objectives)	O ₁	b ₁₁	b ₁₂	...	b _{1j}	...	b _{1m}	α ₁
	O ₂	b ₂₁	b ₂₂	...	b _{2j}	...	b _{2m}	α ₂

	O _i	b _{i1}	b _{i2}	...	b _{ij}	...	b _{jm}	α _j

	O _n	b _{n1}	b _{n2}	...	b _{nj}	...	b _{nj}	α _n
Tổng Σ =		CU ₁	CU ₂	...	CU _j	...	CU _m	

Bước 5: Sắp thứ tự giảm dần của CU_i rồi **chọn giá trị max của (CU_i)**

Ví dụ 5.12: Dự án Hợp tác xã Nông nghiệp làng X, có 4 mục tiêu trồng lúa, trồng cây ăn trái, dệt vải và dịch vụ. Có 3 phương án sản xuất với dự trù thu sau:

	PA 1	PA 2	PA 3	α (%)
Trồng lúa (Tấn)	500	800	700	20
Cây ăn trái (Tr. \$)	400	600	500	40
Dệt vải (mét)	600	400	500	10
Dịch vụ (ngày công)	900	600	700	30

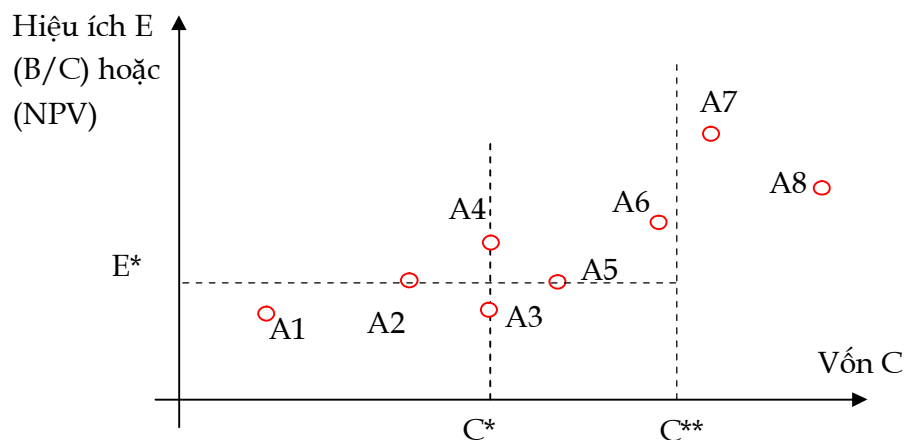
Giải:

Lập các bước tính toán như lý thuyết, kết quả sau cùng có thể biểu hiện như bảng sau:

	PA 1	PA 2	PA 3	α
Trồng lúa	0,04	0,20	0,20	0,20
Cây ăn trái	0,00	0,20	0,00	0,40
Dệt vải	0,04	0,00	0,00	0,10
Dịch vụ	0,30	0,15	0,30	0,30
$CU_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot b_{ij}$	0,38	0,55	0,50	

5.3.2 Phương pháp Hiệu ích Đồng vốn (Cost Effectiveness Method)

Hiệu ích đồng vốn có thể dựa vào 2 trị số là B/C hoặc NPV. Nếu ta có nhiều phương án khác nhau, mỗi phương án ta có thể định trị số vốn bỏ ra và mức hiệu suất, thì ta có thể lập một biểu đồ trong đó trục tung biểu thị mức hiệu quả E (Effectiveness, B/C hoặc NPV) và trục hoành là giá trị đồng vốn bỏ ra C (Cost):



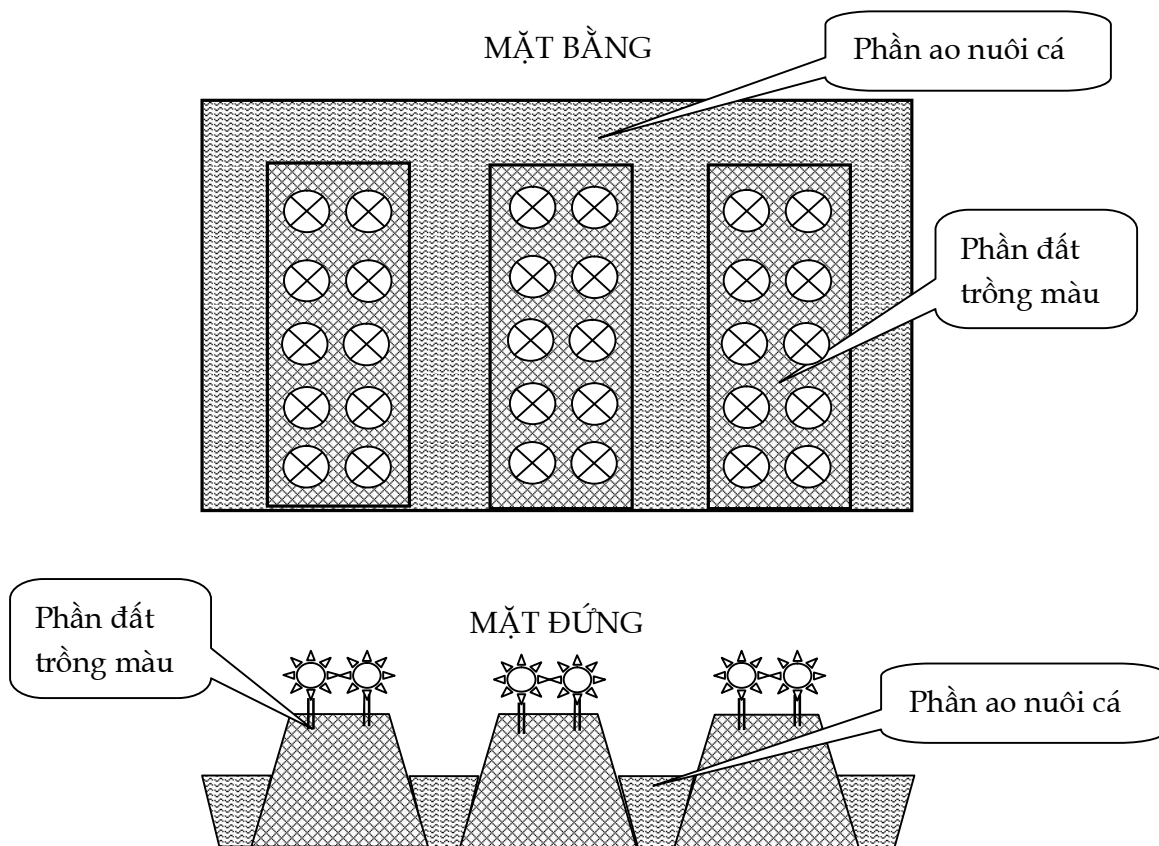
Ta có các cách chọn lựa sau:

- Nếu C^* được cho thì chọn phương án A4 (vì A4 cho hiệu quả hơn A3)
- Nếu C^{**} được cho thì chọn phương án gần nhất về phía trái (A6 thay vì A7)
- Nếu E^* được cho thì chọn phương án A2 (vì A2 ít vốn đầu tư hơn A5)

5.3.2 Phương pháp Qui hoạch Hòa hiệp (Compromise Programming Method)

Phương pháp này áp dụng cho những trường hợp mà nguồn tài nguyên khai thác là một nguồn hữu hạn, khi sử dụng cho mục đích này nhiều thì phải giảm cho mục đích khác. Trong các trường hợp như vậy, người ta thường phân vân không biết phân chia tài nguyên sao cho có hiệu ích lớn nhất?

Ví dụ 5.13: Một nông dân có 1 ha đất, ông sử dụng máng đất này để lên liếp cho trồng màu và và phân rãnh để nuôi cá, nếu diện tích ao nuôi cao (lợi nhuận từ cá nhiều) thì diện tích trồng màu sẽ giảm (lợi nhuận trồng màu ít) và ngược lại.

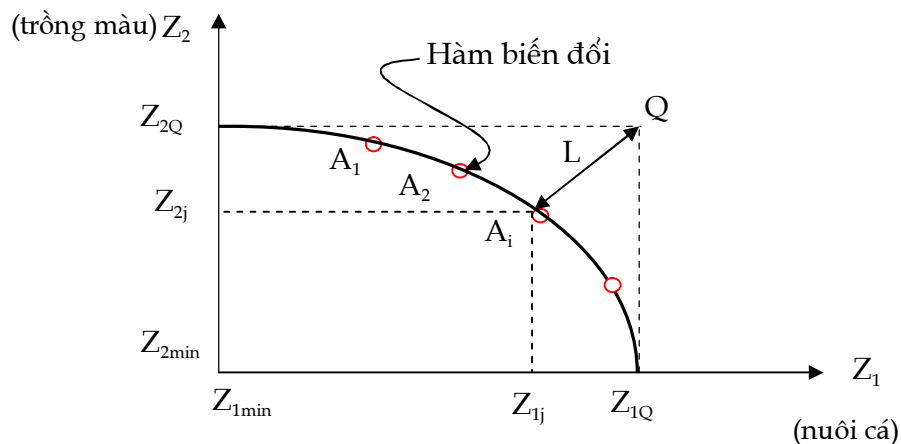


Như vậy ông nông dân này đứng giữa 2 hàm mục tiêu:

- + Gọi Z_1 là số tiền thu được từ mục tiêu nuôi cá
- + Gọi Z_2 là số tiền thu được từ mục tiêu trồng màu

Rõ ràng khi Z_1 max (diện tích $Z_1 \approx 1$ ha) thì Z_2 min (= 0) và ngược lại

Vẽ quan hệ này lên trục tọa độ:



+ Gọi $Q(Z_{1Q}, Z_{2Q})$ là tọa độ của bài giải lý tưởng (*ideal solution*) là điểm mà kết quả của nó đều cho các mục tiêu đạt giá trị max.

+ Gọi L là khoảng cách từ điểm Q đến đường cong. Hàm số biểu thị đường cong gọi là hàm biến đổi (*transformation function*). Mỗi điểm trên đường cong A_i là 1 phương án nào đó.

Mục tiêu của bài toán là tìm khoảng cách tối thiểu từ Q đến đường cong, hoặc:

$$\min_j L_j$$

a). Công thức tính khoảng cách theo Eudidean:

$$\min_j L_j = \left[\sum_{i=1}^2 (Z_{iQ} - Z_{ij})^2 \right]^{1/2} \quad (5-17)$$

Đối với hàm đa mục tiêu:

$$\min_j L_j = \left[\sum_{i=1}^n (Z_{iQ} - Z_{ij})^n \right]^{1/n} \quad (5-18)$$

b). Công thức tính khoảng cách bình hóa (*normalized distance*):

$$\min_j L_j = \left[\sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{(Z_{iQ} - Z_{ij})}{|Z_{i \max} - Z_{i \min}|} \right\}^2 \right]^{1/2} \quad (5-19)$$

c). Công thức tính khoảng cách bình hóa có gia trọng:

$$\min_j L_j = \left[\sum_{i=1}^2 \left\{ \alpha_i \frac{(Z_{iQ} - Z_{ij})}{|Z_{i \max} - Z_{i \min}|} \right\}^2 \right]^{1/2} \quad (5-20)$$

trong đó α_i là gia trọng của mục tiêu thứ i , ví dụ $\alpha_1 = 0,3$ và $\alpha_2 = 0,7$

$$\sum \alpha_i = 1$$

BÀI ĐỌC THÊM

QUI HOẠCH TUYẾN TÍNH

--- oOo ---

Một trong các phương pháp chọn phương án tối ưu, thuật toán Qui hoạch Tuyến tính (*Linear Programming*) được sử dụng nhiều trong phân tích kinh tế. Sau đây là các ví dụ dẫn đến các bài toán Quy hoạch Tuyến tính:



Ví dụ thứ 1:

Nông dân Hai Lúa có 50 ha đất. Bên cạnh kỹ thuật kinh nghiệm canh tác và tiên đoán thị trường tiêu thụ, dựa vào điều kiện đất đai, nhân lực và nguồn nước, Hai Lúa quyết định trồng 2 loại hoa màu là Bắp và Đậu. Số tay Trồng trọt của Hai Lúa cho biết để có 1 Tấn sản phẩm từng loại hoa màu thì cần:

Yếu tố sản xuất	Đơn vị tính	Hoa màu		Nguồn tài nguyên lớn nhất
		Bắp (1)	Đậu (2)	
Đất đai	Ha/Tấn	2	3	50 Ha
Nhân lực	Người - Vụ/Tấn	6	4	90 Người - Vụ
Nguồn nước	10 ⁶ m ³ / Tấn	20	5	250 x 10 ⁶ m ³
Tiền lời	Tr.Đ/ Tấn	18	21	

Hãy định phương án huy động nguồn tài nguyên để có số sản phẩm bán lời nhất.

Hướng giải:

Gọi X_1 là số tấn thu hoạch cho vụ Bắp, X_2 là số tấn thu hoạch cho vụ Đậu.

Giá bán cho số sản phẩm này:

$$Z = 18.X_1 + 21.X_2 \quad (\text{tổng lợi nhuận thu được theo phương án sản xuất})$$

Mục tiêu của Hai Lúa là có giá trị Z_{\max} .

Gọi $Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \max$. Z gọi là **hàm mục tiêu** (*Objective Function*).

trong đó C_j là lợi nhuận thu được cho 1 đơn vị sản phẩm X_j . Trong bài toán trên, giá trị X_1 và X_2 bị ràng buộc bởi các yếu tố khác (yếu tố hạn chế tài nguyên):

- Đất đai (i=1): $2X_1 + 3X_2 \leq 50$ (ha)
- Nhân lực (i=2): $6X_1 + 4X_2 \leq 90$ (người - vụ)
- Nguồn nước (i=3): $20X_1 + 5X_2 \leq 250$ (10⁶ m³)

Tổng quát:
$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i, \text{ với } i = 1 \dots m, j = 1 \dots n$$

Các ràng buộc này gọi là các **ràng buộc chủ động** (*Active Constrains*)

Dĩ nhiên, X_1 và X_2 biểu thị sản phẩm nên: $X_1 \geq 0$ và $X_2 \geq 0$

hay $X_j \geq 0$ với $j = 1 \dots m$

Gọi là các **ràng buộc thụ động** (*Inactive Constrains*)

Tóm lại ta có bài toán tổng quát:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \max \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i, \text{ với } i = 1 \dots m, j = 1 \dots n \\ X_j \geq 0 \end{array} \right.$$

Hệ phương trình dạng này gọi là bài toán **Qui hoạch Tuyến tính dạng Chuẩn**.



Ví dụ thứ 2:

Có 3 hồ chứa nước A, B và C, nếu muốn khai thác có lợi thì lượng nước lấy đi phải ít nhất lần lượt là 20, 30, và 50 Triệu m³ trong mùa khô. Hai huyện I và II có nhu cầu nước tối thiểu để canh tác trong mùa khô lần lượt là 40 và 60 Triệu m³.

Chi phí khai thác nước cho ở bảng sau:

Huyện	Chi phí khai thác nước (10 ⁶ \$/ Triệu m ³)		
	A (20 Triệu m ³)	B (Triệu m ³)	C (50 Triệu m ³)
I	2	4	5
II	3	6	7

Hãy định phương án khai thác nước với chi phí nhỏ nhất.

Hướng giải:

Gọi X_1, X_2 và X_3 là khối lượng nước từ hồ A, B và C về huyện I.

X_4, X_5 và X_6 là khối lượng nước từ hồ A, B và C về huyện II.

Dĩ nhiên, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 và $X_6 \geq 0$

Tổng kinh phí khai thác nguồn nước phải nhỏ nhất, nghĩa là:

$$Z = 2X_1 + 4X_2 + 5X_3 + 3X_4 + 6X_5 + 7X_6 \rightarrow \min$$

Để đảm bảo nhu cầu nước tối thiểu cho mỗi huyện, ta có:

$$X_1 + X_2 + X_3 \geq 40 \quad (\text{huyện I})$$

$$X_4 + X_5 + X_6 \geq 60 \quad (\text{huyện II})$$

Mức khai thác nước tối thiểu có lợi cho từng hồ chứa:

- Hồ A: $X_1 + X_4 \geq 20$ (Triệu m³)
- Hồ B: $X_2 + X_5 \geq 30$ (Triệu m³)
- Hồ C: $X_3 + X_6 \geq 50$ (Triệu m³)

Tổng quát (theo các ký hiệu trên):

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq b_i, \text{ với } i = 1 \dots m, j = 1 \dots n \\ X_j \geq 0 \end{array} \right.$$

Dạng này gọi là bài toán **Qui hoạch Tuyến tính dạng Cơ bản**.



Trong trường hợp:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j = b_i, \text{ với } i = 1 \dots m, j = 1 \dots n \\ X_j \geq 0 \end{array} \right.$$

Dạng này gọi là bài toán **Qui hoạch Tuyến tính dạng Chính tắc**.



Dạng tổng quát chung:

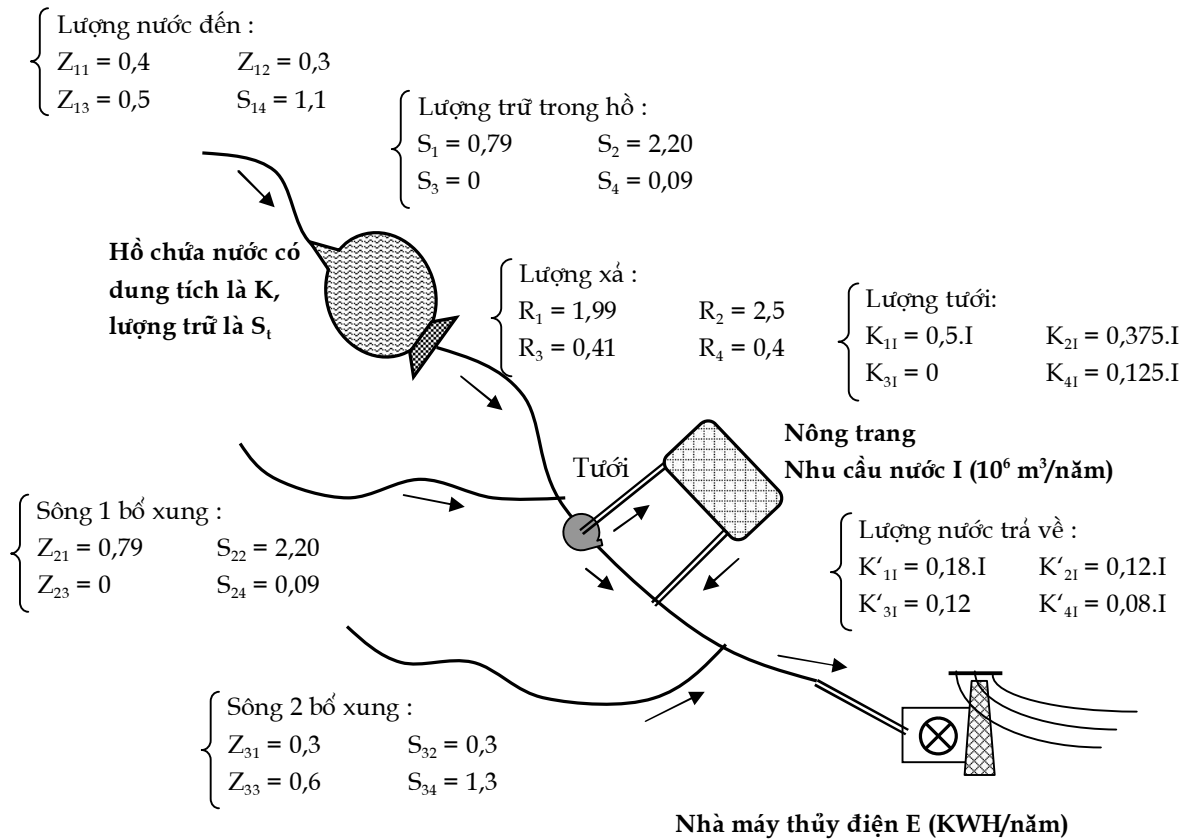
$$\left\{ \begin{array}{l} Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \max (\min) \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \begin{array}{l} \geq \\ \leq \end{array} b_i, \text{ với } i = 1 \dots m, j = 1 \dots n \\ X_j \begin{array}{l} \geq \\ \leq \end{array} 0 \text{ hoặc không hạn chế} \end{array} \right.$$

Ví dụ: Một hệ thống thủy lợi như hình vẽ, các dữ liệu liên quan đến diễn biến của của nguồn nước (đơn vị là triệu m³) được xác định theo cơ sở trung bình theo mùa như sau:

$$\begin{array}{ll} t=1 & : \text{Mùa xuân;} & t=2 & : \text{Mùa hạ;} \\ t=3 & : \text{Mùa thu;} & t=4 & : \text{Mùa đông.} \end{array}$$

Điều kiện bài toán:

- Dòng chảy đến hồ chứa và dòng bổ xung hằng năm là ổn định (thực tế có thể xét theo tần suất xuất hiện)
- Thời gian xét là 1 năm thủy văn (từ đầu mùa xuân đến cuối mùa đông)



Các biến quyết định:

- K : dung tích hồ chứa
- I : lượng nước tưới cho nông trang/ năm
- E : hợp đồng cung cấp điện
- R_t : lượng nước xả từ hồ nhằm bảo đảm dòng chảy hạ lưu (cho giao thông, thủy sản, các hoạt động khác, ...)
- S_t : lượng nước trữ trong hồ.

Hàm phát điện: $E_t = 0,144 Q_t$

- Q_t : lượng nước chảy qua turbine ở mùa t
- E_t : năng lượng phát ra ở mùa t

Việc sản xuất năng lượng phải được phân bố đều hằng năm:

$$E_t \geq \frac{E}{4}$$

Năng lượng thừa: $(E_t - \frac{E}{4})$ sẽ dùng bơm nước trở lại hồ.

Hàm mục tiêu:

- Tiền lời bán điện: 200 \$/KWH/năm
- Tiền tưới nước: 40 \$/ $10^6 \cdot \text{m}^3$ /năm

- Tiền bảo dưỡng hồ chứa: $24 \text{ \$/}10^6 \cdot \text{m}^3/\text{năm}$

Giải:

Hàm mục tiêu:

$$\max Z = 200 E + 40 I - 24 K$$

Ràng buộc:

- Lượng nước xả:

$$R_t \leq S_t + Z_{1t} \quad \text{với } t = 1 \dots 4$$

- Cân bằng nước hồ chứa:

$$S_t = S_{t-1} + Z_{1,t-1} - R_{t-1}$$

(xem lượng bốc hơi và rò rỉ không đáng kể)

Ở mùa xuân, $t = 1$, cho $S_{t-1} = S_4$ (của năm trước)

- Dung tích hồ chứa:

$$S_t + Z_{1t} - R_t \leq K$$

- Dòng chảy ở điểm lấy nước tưới:

$$Z_{2t} + R_t - K_{tt} \geq 0 \quad \text{với } t = 1 \dots 4$$

- Lượng nước cho nhà máy thủy điện phải lớn hơn lượng nước cần thiết cho máy chạy:

$$Z_{2t} + R_t - K_{tt} + K'_{tt} + Z_{3t} \geq \frac{E}{4 \times 0,144} \quad \text{với } t = 1 \dots 4$$

- Các ràng buộc thụ động:

$$S_t, R_t, E, I \text{ và } K \geq 0$$

Các bài toán qui hoạch tuyến tính có thể giải bằng các phương pháp sau:

- Phương pháp đồ giải (*Graphical method*)
- Phương pháp đơn hình (*Simplex method*)
- Phương pháp đối ngẫu (*Dual method*)

Hiện nay, có rất chương trình máy tính đã được lập sẵn để giúp việc giải các bài toán qui hoạch tuyến tính, ví dụ như phần mềm **QSB** (*Quantitative Systems for Business*) của tác giả Yih-Long Chang và Robert S. Sullivan, 1986.

 **GIẢI BÀI TOÁN QUI HOẠCH TUYẾN TÍNH BẰNG ĐỒ GIẢI**

Dùng đồ giải để tìm kết quả cho những bài toán qui hoạch tuyến tính:

- ▣ Áp dụng cho những hàm đa biến
- ▣ Độ tin cậy phụ thuộc vào sự chi ly của người giải.

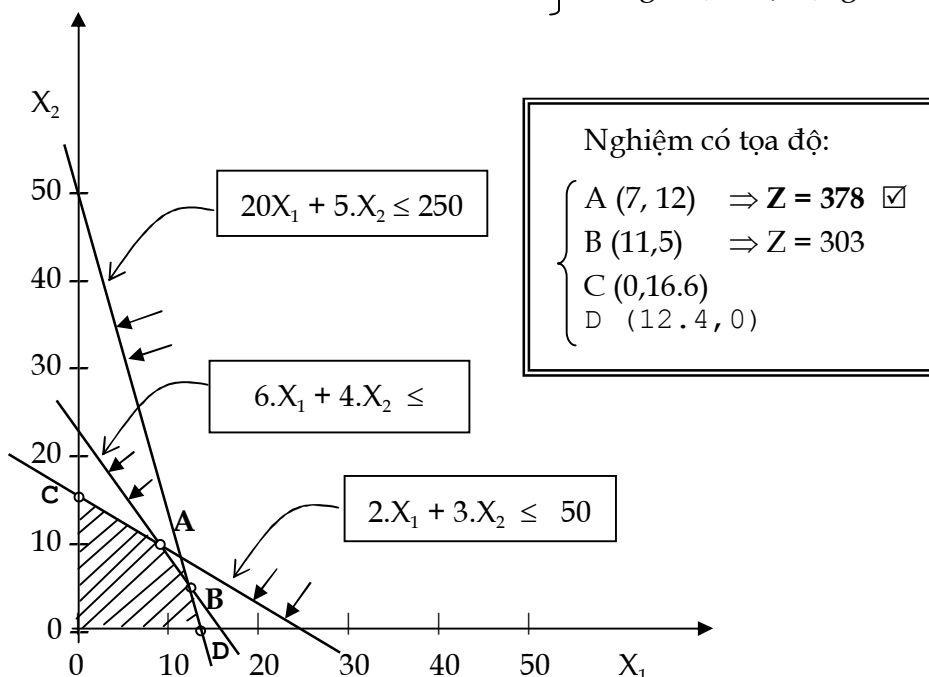
Ví dụ thứ 1:

Ấn số của bài toán X_1 và X_2 (Tấn)

Hàm mục tiêu: $\max Z = 18.X_1 + 21.X_2$

Ràng buộc:

- + Đất: $2.X_1 + 3.X_2 \leq 50$
 - + Nhân lực: $6.X_1 + 4.X_2 \leq 90$
 - + Nước: $20X_1 + 5.X_2 \leq 250$
 - $X_1 \geq 0$ và $X_2 \geq 0$
- } Ràng buộc chủ động
} Ràng buộc thụ động

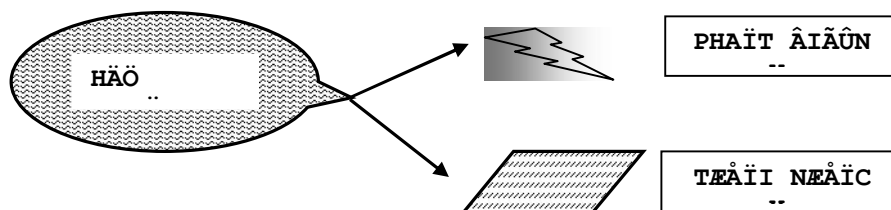


Thế vào bảng kế hoạch sản xuất, ta sẽ có:

Yếu tố sản xuất	Hoa màu (Tấn)		Tài nguyên lớn nhất	Tài nguyên sử dụng
	Bắp (1)	Đậu (2)		
Đất đai (Ha/Tấn)	14	36	50	50 (dùng hết)
Nhân lực (Người - Vụ/Tấn)	42	48	90	50 (dùng hết)
Nguồn nước (10 ⁶ m ³ / Tấn)	140	60	250	200 (dư 50)
Tiền lời (Tr.Đ)	126	252	Tổng lãi = 378 Tr.Đ	

 **GIẢI BÀI TOÁN QUI HOẠCH TUYẾN TÍNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH (SIMPLEX METHOD)**

Ví dụ: Một hồ chứa nước mùa khô có dung tích là $8 \times 10^6 \text{ m}^3$ nước phục vụ cho 2 mục tiêu là phát điện và tưới. Nhu cầu nước cho tưới gấp 2 lần nhu cầu nước cho phát điện. Do điều kiện công trình, tổng lượng dòng chảy cho tưới không quá $3 \times 10^6 \text{ m}^3$ và cho thủy điện không quá $4 \times 10^6 \text{ m}^3$. Giá 1 m^3 nước cho tưới là 1,5 \$ và 1 m^3 nước cho phát điện là 2 \$. Tìm giải pháp cấp nước cho 2 công trình có lợi nhất.



Giải:

Gọi X_1 là lượng nước cấp cho điện ($\times 10^6 \text{ m}^3$)
 X_2 là lượng nước cấp cho tưới ($\times 10^6 \text{ m}^3$)

Hàm mục tiêu: $Z = 2.X_1 + 2(1,5)X_2 = 2.X_1 + 3.X_2 \rightarrow \max$

Ràng buộc:

$X_1 \leq 4$	}	chủ động
$X_2 \leq 3$		
$X_1 + 2X_2 \leq 8$		
$X_1 \geq 0; X_2 \geq 0$	}	thụ động

Phương trình có thể viết:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z - 2.X_1 + 3.X_2 = 0 \\ X_1 + X_3 = 4 \\ X_2 + X_4 = 3 \\ X_1 + 2X_2 + X_5 = 8 \\ X_j \geq 0; \quad j = 1, 2, 3, 4, 5 \\ X_3, X_4, X_5 \text{ là những ẩn số phụ.} \end{array} \right.$$

Bài toán này ngoài cách giải bằng đồ thị nhưng không chính xác vì còn phụ thuộc vào cách vẽ của người tính và không được tổng quát.

Phương pháp đơn hình là 1 tiến trình bao quát chuyển 1 điểm từ cực trị này sang 1 cực trị kế cận có tính ưu việt hơn. Khi không còn điểm cực trị nào mà tính ưu việt

cao hơn thì chấm dứt bậc tính. Phương pháp này là 1 tiến trình đại số để tìm bài giải tối ưu bằng 1 quá trình thử dần để có kết quả cuối cùng tốt nhất cho mục tiêu.
LẬP BẢNG ĐƠN HÌNH (SIMPLEX TABLEAU): dùng biến giá như biến cơ bản:

Biến cơ bản	Hàng thứ	Các hệ số của						Phần phải của phương trình
		Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	
Z	0	1	-2	-3	0	0	0	0
X ₃	1	0	1	0	1	0	0	4
X ₄	2	0	0	1	0	1	0	3
X ₅	3	0	1	-2	0	0	1	8

Cột chủ chốt (chỉ vào giá trị -3 ở hàng Z, cột X₂)
Số chủ chốt (chỉ vào giá trị 3 ở hàng X₄, cột X₂)
Hàng chủ chốt (chỉ vào hàng X₄)

- **Cột chủ chốt (Pivot column):** xác định bằng cách lấy **giá trị âm nhỏ nhất** của hàng Z.
- **Hàng chủ chốt (Pivot row):** lấy **giá trị dương nhỏ nhất** qua **phép thử tỉ số min (minimum ration test)**, như sau (lấy phần phải của phương trình chia cho các hệ số trong cột chủ chốt - trường hợp hệ số trong cột chủ chốt là 0 thì gán là 1):
 Lấy $\frac{3}{1} = 3$ (min) ; $\frac{4}{1} = 4$; $\frac{8}{2} = 4$
- Số giao giữa cột chủ chốt và hàng chủ chốt gọi là **số chủ chốt (pivot number)**

Nguyên tắc biến đổi trong phương pháp đơn hình:

- + Tìm mọi cách đưa hệ số cột chốt về số 0 (bằng cách nhân hàng chủ chốt với hệ số cột chốt rồi trừ nhau)
- + Hàng chốt giữa nguyên
- + Tiến trình chấm dứt khi mọi hệ số của hàm mục tiêu (Z) bằng 0.

$$\begin{array}{l}
 \text{Hàng 0} \quad [\quad -2 \quad -3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad] \\
 - \quad [\quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 3 \quad] \quad \text{Hàng chốt x (-3)} \\
 \hline
 \text{Hàng 0 (mới)} \quad [\quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \quad 9 \quad]
 \end{array}$$

$$\text{Hàng 1} \quad [\quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad]$$

(giữ y nguyên vì hệ số của cột chốt bằng 0)

$$\text{Hàng 2} \quad [\quad -2 \quad -3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad]$$

(giữ y nguyên vì đây là hàng chủ chốt)

$$\begin{array}{l} \text{Hàng 3} \\ - \end{array} \begin{array}{l} [1 \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 8] \\ [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 3] \end{array} \text{Hàng chót} \times (-2)$$

$$\text{Hàng 3 (mới)} [1 \quad 0 \quad 0 \quad -2 \quad 1 \quad 2]$$

Sau khi biến đổi lần thứ 1, ta có bảng mới như sau:

Biến cơ bản	Hàng thứ	Các hệ số của						Phần phải của phương trình
		Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	
Z	0	1	-2	0	0	3	0	9
X ₃	1	0	0	1	0	1	0	3
X ₄	2	0	1	0	1	0	0	4
X ₅	3	0	1	0	0	-2	1	2

Lập lại tiến trình như vậy, ta sẽ có bảng kết quả sau:

Lần thứ	Biến cơ bản	Các hệ số của						Phần phải của phương trình
		Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	
1	Z	1	-2	-3	0	0	0	0
	X ₃	0	1	0	1	0	0	4
	X ₄	0	0	1	0	1	0	3
	X ₅	0	1	2	0	0	1	8
2	Z	1	-2	0	0	3	0	9
	X ₃	0	0	1	0	1	0	3
	X ₄	0	1	0	1	0	0	4
	X ₅	0	1	0	0	-2	1	2
3	Z	1	0	0	0	-1	2	13
	X ₃	0	1	0	0	-2	1	2
	X ₄	0	0	1	0	1	0	3
	X ₅	0	0	0	1	2	-1	2
4	Z	1	0	0	(1/2)	0	(3/2)	14
	X ₃	0	1	0	1	0	0	4
	X ₄	0	0	1	-(1/2)	0	(1/2)	2
	X ₅	0	0	0	0	2	-1	2

Nghiệm của bài toán:

Z* = 14
X₁* = 4
X₂* = 2